

선생님 도움 없이 혼자 풀기 딱! 좋은 책



스콜피아 연구소 임미연, 강난영 지음

바빠 바빠 중1을 위한 중학연산

1권 · 1-1과정

소인수분해, 정수와 유리수 영역

완전
짜!



뭐, 혼자
푼다고?



나 혼자
푼다!!



이지스에듀

스쿨피아 연구소의 대표 저자 소개

임미연 선생님은 대치동 학원가의 소문난 명강사로, 10년째 중고등학생에게 수학을 지도하고 있다. 명강사로 이름을 날리기 전에는 두산동아와 디딤돌에서 중고등 참고서와 교과서를 기획, 개발했다. 대표적인 참여 프로젝트로는 <투답 시리즈>가 있다. 이론과 현장을 모두 아우르는 저자로, 학생들이 어려워하는 부분을 잘 알고 학생에 맞는 수준별 맞춤 수업을 하는 것으로도 유명하다. 그동안의 경험을 집대성해, 바로 이 책 <바빠 중학연산> 시리즈를 집필하였다.

강난영 선생님은 영역별 연산 훈련 교재로, 연산 시장에 새바람을 불러일으킨 <바쁜 5·6학년을 위한 빠른 연산법>을 기획한 저자이다. 또한, 15년이 넘는 기간 동안 디딤돌, 한솔교육, 대교에서 초중등 콘텐츠를 연구, 기획, 개발해 왔다. 대표적인 참여 프로젝트로는 <디딤돌 초등수학> 시리즈, <최상위 수학> 시리즈, <초연산>, <수학 노피곰> 등이 있다.

‘바빠 중학연산’ 시리즈 ①

바쁜 중1을 위한 빠른 중학연산 1권 – 소인수분해, 정수와 유리수 영역

초판 1쇄 인쇄 2015년 12월 27일

초판 1쇄 발행 2015년 12월 31일

지은이 스쿨피아 연구소 임미연, 강난영

발행인 이지연

펴낸곳 이지스퍼블리싱(주)

출판사 등록번호 제313-2010-123호

주소 서울시 영등포구 당산로 41길 11. SK V1센터 323호

대표전화 02-325-1722

팩스 02-326-1723

이지스퍼블리싱 홈페이지 www.easyspub.com 이지스에듀 카페 www.easysedu.co.kr

트위터 @easyspub

페이스북 www.facebook.com/easyspub

이메일 service@easyspub.co.kr

기획 및 책임 편집 강난영, 임미연, 정미란, 조은미, 정지연 일러스트 김학수

표지 및 내지 디자인 가린나무 전산편집 이현영 인쇄 보광문화사 제책 정성제책

영업 및 문의 이주동(nlrose@easyspub.co.kr)

잘못된 책은 구입한 서점에서 바꿔 드립니다.

이 책에 실린 모든 내용, 디자인, 이미지, 편집 구성의 저작권은

이지스퍼블리싱(주)과 지은이에게 있습니다.

허락 없이 복제할 수 없습니다.

ISBN 978-89-97390-80-9 53410

가격 12,000원

• 이지스에듀는 이지스퍼블리싱의 교육 브랜드입니다.

추천의 글

“전국의 명강사들이 추천합니다!”

스스로 공부하기 딱 좋은 나이, 중학교 1학년!

‘바쁜 중1을 위한 빠른 중학연산’

〈바빠 중학연산〉은 쉽게 해결할 수 있는 연산 문제부터 배치하여 아이들에게 성취감을 줍니다. 또한 명강사에게만 들을 수 있는 꿀팁이 책 안에 담겨 있어서, 수학에 자신이 없는 학생도 혼자 충분히 풀 수 있겠어요. 수학을 어려워하는 친구들에게 자신감을 느끼게 해 줄 교재가 출간되어 기쁩니다.

송낙천 원장(강남, 서초 최상위예대학원/최상위 수학 저자)

특목·자사고에서 요구하는 심화 수학 능력도 빠르고 정확한 연산 실력이 뒷받침되어야 합니다. 〈바빠 중학연산〉은 명강사의 비법을 책 속에 담아 개념을 이해하기 쉽고, 연산 속도와 정확성을 높일 수 있도록 문제가 잘 구성되어 있습니다. 이 책을 통해 심화 수학의 기초가 되는 연산 실력을 완벽하게 쌓을 수 있을 것입니다.

김종명 원장(분당 GTG사고력수학 본원)

중학 수학은 초등보다 추상화, 일반화의 정도가 높습니다. 따라서 원리를 깊이 이해하고, 심화 문제까지 해결할 문제 해결력을 길러야 합니다. 그러려면 기초 문제를 충분히 훈련해야 합니다. 기본기가 없으면 심화 문제를 풀 때 힘이 분산되어서 성과가 낮기 때문이지요. 이 책은 중학 수학의 기본기를 완벽하게 숙달시기기에 적합합니다.

이현수 특목입시센터장(분당 수학의아침)

연산 과정을 제대로 밟지 않은 학생은 학년이 올라갈수록 어려움을 겪습니다. 어려운 문제를 풀 수 있다 하더라도, 계산 속도가 느리거나 연산 실수로 문제를 틀리면 아무 소용이 없지요. 이 책은 영역별로 연산 문제를 해결할 수 있어서, 바쁜 중학생들에게 큰 도움이 될 것 같습니다.

송근호 원장(용인 송근호수학학원)

처음부터 너무 어려운 문제를 접하면 아이들의 뇌는 움츠러들 대로 움츠러들어, 공부 의욕을 잃게 됩니다. 〈바빠 중학연산〉은 중학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들이 체계적으로 잘 배치되어 있네요. 이 책으로 공부한다면 아이들이 수학에 움츠러들지 않고, 성취감을 느끼게 될 것 같아 ‘강추’합니다!

김재현 본부장(일산 명문학원)

연산 실력은 누가 가르쳐줘서 쌓이는 게 아닙니다. 명강사가 옆에 있어도 학생 스스로 익히지 않으면 연산 실력은 쌓이지 않습니다. 이 책은 대부분의 중학생이 스스로 독학할 수 있도록 설명과 문제가 전개되고 있어서, 연산이 약한 학생들에게 강력 추천하고 싶네요.

황상길 원장(수원영동 sg청운학원)

연산을 어려워하는 학생일수록 수학을 싫어하게 되고 결국 수학을 포기하는 경우도 많죠. 〈바빠 중학연산〉은 ‘앗! 실수’ 코너를 통해 학생들이 자주 틀리는 실수 포인트를 짚어 주고, 실수 유형의 문제를 직접 풀도록 설계한 점이 돋보이네요. 이 책으로 훈련한다면 연산 실수를 확 줄일 수 있을 것 같습니다.

이혜선 원장(인천 에스엠에듀학원)

대부분의 문제집은 훈련할 문제 수가 많이 부족합니다. 〈바빠 중학연산〉은 영역별 최다 문제가 수록되어, 아이들이 문제를 풀면서 스스로 개념을 잡을 수 있겠네요. 예비중학생부터 중학생까지, 자습용이나 학원 선생님들이 숙제로 내주기에 최적화된 교재입니다.

김승태 원장(부산 JBM수학학원/수학자가 들려주는 수학 이야기 저자)

나 혼자 푼다!

중학 수학을 잘하려면 무엇보다 해야 할까?

수학을 포기하는 일명 ‘수포자’가 하나둘 생기기 시작하는 시기가 중학교 1학년 때입니다.

먼저 문제 하나 풀어 봅시다.

수학을 잘하려면 제일 먼저 해야 할 일은 다음 중 몇 번일까요?

- ① 쉬운 문제부터 차근차근 푸는 게 낫다.
- ② 어려운 문제를 많이 접하는 게 낫다.

힌트를 드릴게요. 공부 전문가들은 이렇게 이야기합니다. “학습하기 어려우면 오래 기억하는 데 도움이 된다. 그러나 학습자가 배경 지식이 없다면 그 어려움은 바람직하지 못한 어려움이 된다.” 수포자가 되는 이유도 바로 여기에 있습니다. 배경 지식이 없어서 수학 문제가 너무 어렵다면, 두뇌는 피로감을 이기지 못해 공부를 포기하게 됩니다. 그러니까 수학을 잘하는 학생이라면 ②번이 정답이겠지만, 보통의 학생이라면 ①번이 정답입니다.

그럼 중학 수학을 공부하는 데 필요한 배경 지식은 무엇일까요? 바로 연산입니다.

수학의 기초 체력 키우기, 혼자 있는 고독한 훈련 시간을 도와주는 책!

연산은 수학의 기초 체력이라 할 수 있습니다. 연산을 잘한다고 수학을 잘하는 것은 아니지만, 연산이 부정확한데 수학을 잘할 수는 없습니다. 중학교 때까지는 연산을 잡아야 합니다. 중학교 때 다진 기초 실력 위에 고등학교 수학을 쌓아야 하는데, 연산부터 막혀 있다면 고등학교에서도 수학 성적을 올리기 어렵습니다.

이 책은 수학의 기초 체력이 되는 연산과 쉬운 문제부터 풀 수 있는 책으로, 현재 시중에 나온 책 중 **선생님 없이 혼자 풀 수 있도록 설계된 독보적인 책**입니다.

이제 여러분은 중학생입니다. 중1이라면 스스로 공부하는 힘을 키워야 합니다. 선생님 없이 혼자 고독하게 공부하는 방법을 배우고, 그 시간을 견디는 힘을 키워야 합니다.



이 책은 혼자서 독립적으로 공부하려는 중학교 1학년 학생을 도와주기 위해 태어났습니다.

혼자 봐도 이해된다! 얼굴을 맞대고 듣는 것 같다.

기존의 책들은 한 권의 책에 방대한 지식을 모아 놓기만 할 뿐, 그것을 공부할 방법은 알려주지 않았습니다. 그래서 선생님께 의존하는 경우가 많았죠. 그러나 이 책은 선생님이 얼굴을 맞대고 알려주시는 것처럼 세세한 공부 팁까지 책 속에 담았습니다.

각 단계의 개념마다 친절한 설명과 함께 명강사의 노하우가 담긴 ‘바빠 꿀팁’을 수록, 혼자 공부해도 이해할 수 있습니다.

유형별 최다 문제 수록! 문제풀이 회로가 저절로 만들어진다.

개념을 이해했다면 이제 개념이 익숙해질 때까지 문제를 충분히 풀어 봐야 합니다. 《바빠 중1을 위한 빠른 중학연산》은 충분한 연산 훈련을 위해, 쉬운 문제부터 학교 시험 유형까지 영역별로 최다 문제를 수록했습니다. 그래서 1학년 1학기 영역을 2권으로 나누어 구성했습니다. 이 책의 문제를 풀다 보면 머릿속에 유형별 문제풀이 회로가 저절로 그려질 것입니다.

아는 것을 틀리지 말자! 중학생 70%가 틀리는 문제, ‘앗! 실수’ 코너로 해결!

수학을 잘하는 친구도 연산 실수로 점수가 깎이는 경우가 많습니다. 이 책에서는 기초 연산 실수로 본인 실력보다 낮은 점수를 받지 않도록 특별한 장치를 마련했습니다.

모든 개념 페이지에 있는 ‘앗! 실수’ 코너를 통해, 중학생 70%가 자주 틀리는 실수 포인트를 정리했습니다. 또한 ‘앗! 실수’ 유형의 문제를 직접 풀며 확인하도록 설계해, 연산 실수를 획기적으로 줄이는 데 도움을 줍니다.

또한, 매 단계의 마지막에는 ‘거저먹는 시험 문제’를 넣어, 이 책에서 연습한 것만으로도 풀 수 있는 중학교 내신 문제를 제시했습니다. 이 책에 나온 문제만 다 풀어도 맞을 수 있는 학교 시험 문제는 많습니다.

중1이면 이제 아이가 아닌 청소년.

이제 혼자 공부하는 시간을 견뎌야 할 때!

‘바빠 중학연산’이 바쁜 여러분을 도와드리겠습니다.

이 책으로 중학 수학의 기초를 튼튼하게 다져 보세요!



1단계 | 개념을 먼저 이해하자!—단계마다 친절한 핵심 개념 설명이 있어요!

04

제공수 만들기

● 제공수

같은 자연수가 2번 곱해진 수이다. $\Rightarrow 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, \dots$

● 제공수 만들기

① 제공수가 아닌 수에 가장 작은 자연수를 곱하여 제공수 만들기

$\bullet 12=2^2 \times 3$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 제공수를 만들어 보자.

[1단계] 지수가 홀수이면 제공수가 될 수 없으므로 지수를 짝수로 만들어 주어야 제공수가 된다.

[2단계] 지수가 짝수이면 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 몇개? $2^2 \times 3 \times 2 = 2^4 \times 3^2$

[3단계] 이 수는 어떤 수의 제곱이 될까?

$2^4 \times 3^2 = (2 \times 3)^2$ 이므로 $2 \times 3 = 6$ 의 제곱이 된다.

$\bullet 40=2^3 \times 5$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 제공수를 만들어 보자.

[1단계] 두 밑의 지수가 모두 홀수이므로 둘 다 짝수를 만들어 주어야 제공수가 된다.

[2단계] 지수가 짝수가 되면서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 몇개?

$2^3 \times 5 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5^2 = 16 \times 5^2 = 4^2 \times 5^2$

[3단계] 이 수는 어떤 수의 제곱이 될까?

$4^2 \times 5^2 = (4 \times 5)^2$ 이므로 $4 \times 5 = 20$ 의 제곱이 된다.

② 어떤 수의 제곱이 될까?

지수가 4, 6, ...인 수의 제곱이 될 수 있다. 이것은 지수가 2의 배수이므로 4, 6, ...도 된다는 뜻이지, 2의 배수와 같은 지수를 곱하여 제공수로 만들어 풀면 실수를 줄일 수 있어.

바빠 꿀팁!

1부터 100까지의 수는 외워 두자.

11 ² =121	12 ² =144
13 ² =169	14 ² =196
15 ² =225	

앞으로 중2, 중3은 물론 고등학교에서 문제를 풀 때도 요긴하게 쓰이므로 지금 바로 외워 버려.

앗! 실수

어떤 수의 제곱이 될까?

지수가 4, 6, ...인 수의 제곱이 될 수 있다. 이것은 지수가 2의 배수이므로 4, 6, ...도 된다는 뜻이지, 2의 배수와 같은 지수를 곱하여 제공수로 만들어 풀면 실수를 줄일 수 있어.

명강사에게서만 들을 수 있는 공부 팁이 ‘바빠 꿀팁’에 담겨 있어요.

중학생 70%가 자주 틀리는 실수들을 ‘앗! 실수’ 코너에서 짚어 줍니다.

2단계 | 체계적인 연산 훈련!—쉬운 문제부터 유형별로 풀다 보면 개념이 잡혀요.

C

제공수 만들기 2

2² × 3 × 5를 제공수가 홀수인 3과 5의 제곱을 곱하여 제공수 만들기

3² × 5를 제공수로 만

가 홀수인 3과 5의 제곱을 곱하여 제공수 만들기

Help

6 = 2 × 3

2 × 3 × 2 × 3

= 2² × 3²

= □²

3. 10

4. 21

5. 24

6. 30

7. 40

9. 56

10. 88

11. 126

12. 132

13. 140

14. 150

선생님이 바로 옆에서 알려주는 것 같은 ‘문제 풀이 요령’이 담겨 있어요.

새로운 유형이 나올 때마다 ‘help’가 나와, 문제를 잘 풀 수 있게 도와줘요.

‘앗! 실수’ 유형의 문제예요. 연산 실수를 최대한 줄일 수 있어요.

3단계 | 시험에 자주 나오는 문제로 마무리!—이 책만 다 풀어도 학교 시험 문제없어요!

거저먹는 시험 문제

[1~4] 제곱수

1. 60에 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

2. 60에 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

3. 108에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

4. 108을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

[5~6] 식으로 주어질 때 제곱수 구

5. $90 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 a 와 b 를 각각 구하여라.

6. $132 \div a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a 와 이 때의 b 를 각각 구하여라.

- ‘거저먹는 시험 문제’는 이 책에서 연습한 것만으로도 충분히 풀 수 있는 **중학교 내신 문제들**이에요.
- ‘문제가 다루고 있는 주제’를 제시하여, 자신이 잘하는 부분이나 **취약한 부분을 파악**할 수 있어요.

♥ 체크해 보세요!

나는 어떤 학생인가?



☐ 연산 실수가 잦은 학생



☐ 수학 문제만 보면 급격히 피로가 몰려오는 학생



☐ 수학 문제 하나 푸는 데 오래 걸리는 학생



☐ 쉬운 문제로 기초를 탄탄히 다지고 싶은 학생



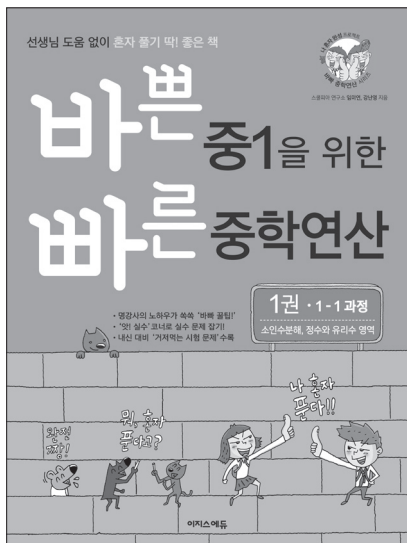
☐ 중학 수학을 처음 공부하는 학생



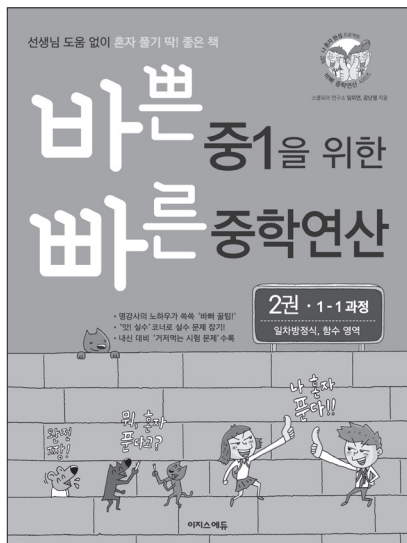
위 항목 중 하나라도 체크했다면 중학연산 훈련이 꼭 필요합니다.
바빠 중학연산은 쉬운 문제부터 차근차근 유형별로 풀면서 스스로 깨우치도록 설계되었습니다.

《바빠 중1을 위한 빠른 중학연산》을 효과적으로 보는 방법

〈바빠 중학연산〉 시리즈는 중학 수학 1-1 과정 중 연산 영역을 두 권으로 구성, 시중 교재 중 가장 많은 연산 문제를 훈련할 수 있습니다. 따라서 수학의 기초가 부족한 친구라도, 영역별 집중 훈련을 통해 연산의 속도와 정확성을 높일 수 있습니다.



1권 <소인수분해, 정수와 유리수 영역>



2권 <일차방정식, 함수 영역>

1. 취약한 영역만 보강하려면? — 두 권 중 한 권만 선택하세요!

중1 과정 중에서도 유리수가 어렵다면 1권 <소인수분해, 정수와 유리수 영역>을, 함수가 어렵다면 2권 <일차방정식, 함수 영역>을 선택하여 정리해 보세요. 중1뿐 아니라 중2라도 자신이 취약한 영역을 집중적으로 공부하여 학습 결손을 빠르게 보충하세요.

2. 중1이지만 연산이 약하거나, 중학 수학을 준비하는 초6이라면?

중학 수학 1-1 진도에 맞게 1권 <소인수분해, 정수와 유리수 영역> → 2권 <일차방정식, 함수 영역> 순서로 공부하세요.

3. 학원이나 공부방 선생님이라면?

이 책은 선생님의 수고로움을 덜어 줄 수 있는 책입니다.

- 1) 계산력이 더 필요한 학생들에게 30~40분 일찍 와서 이 책을 풀게 하세요. 선생님이 애써 설명하지 않아도 책만 있으면 학생들은 충분히 풀 수 있으니까요.
- 2) 가벼운 선행 학습과 학습 결손을 보강하기 위한 방학용 초단기 교재로 적합합니다.

1권은 27단계, 2권은 24단계로 구성되어 있고, 단계마다 45분 내외의 시간에 풀 수 있습니다.

바쁜 중1을 위한 빠른 중학연산 1권 — 소인수분해, 정수와 유리수 영역

첫째 마당 소인수분해	01 거듭제곱의 뜻과 표현	12
	02 소수와 합성수	19
	03 소인수분해	25
	04 제곱수 만들기	31
	05 소인수분해를 이용하여 약수와 약수의 개수 구하기	37
둘째 마당 최대공약수와 최소공배수	06 거꾸로 된 나눗셈법으로 최대공약수 구하기	44
	07 소인수분해를 이용하여 최대공약수 구하기	51
	08 거꾸로 된 나눗셈법으로 최소공배수 구하기	57
	09 소인수분해를 이용하여 최소공배수 구하기	63
	10 최대공약수와 최소공배수의 활용	70
셋째 마당 정수와 유리수	11 정수	78
	12 유리수	83
	13 절댓값	89
	14 절댓값의 대소 관계와 거리	95
	15 수의 대소 관계	101
	16 두 유리수 사이에 있는 수	107
넷째 마당 정수와 유리수의 계산	17 정수의 덧셈	114
	18 유리수의 덧셈	120
	19 정수의 뺄셈	126
	20 유리수의 뺄셈	132
	21 덧셈과 뺄셈의 혼합 계산	138
	22 부호나 괄호가 생략된 수의 덧셈과 뺄셈	144
	23 곱셈	150
	24 거듭제곱의 계산	156
	25 나눗셈	163
	26 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산 — 괄호가 없는 계산, 소괄호가 있는 계산	170
	27 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산 — 거듭제곱, 소괄호, 중괄호, 대괄호 포함	176



나만의 공부 계획을 세워 보자

나의 권장 진도 _____ 일

나는 어떤 학생인가?	권장 진도
 ✓ 예비 중학생이다. ✓ 중학생이지만, 수학이 어렵고 자신감이 부족하다. ✓ 한 문제 푸는 데 시간이 오래 걸린다.	27일 또는 20일 진도 권장
 ✓ 어려운 문제는 잘 푸는데, 연산 실수로 점수가 깎인다. ✓ 수학에 자신이 있지만, 속도와 정확성을 높이고 싶다.	14일 진도 권장

권장 진도표

*27일 진도는 하루에 1과씩 공부하면 됩니다.

날짜	☐ 1일차	☐ 2일차	☐ 3일차	☐ 4일차	☐ 5일차	☐ 6일차	☐ 7일차
14일 진도	1~3과	4~5과	6~7과	8~9과	10과	11~13과	14~16과
20일 진도	1~2과	3~4과	5과	6~7과	8~9과	10과	11~12과

날짜	☐ 8일차	☐ 9일차	☐ 10일차	☐ 11일차	☐ 12일차	☐ 13일차	☐ 14일차
14일 진도	17~18과	19~20과	21과	22~23과	24~25과	26과	27과 끝!
20일 진도	13~14과	15~16과	17과	18과	19과	20과	21과

날짜	☐ 15일차	☐ 16일차	☐ 17일차	☐ 18일차	☐ 19일차	☐ 20일차
20일 진도	22과	23과	24과	25과	26과	27과 끝!





첫째 마당

소인수분해

첫째 마당에서는 먼저 모든 자연수의 뿌리인 소수를 배울 거야. 그런 다음 자연수를 소수의 곱으로 나타내는 것을 배우게 되는데, 이것을 소인수분해라고 해. 소인수분해는 최대공약수와 최소공배수를 구하는 데에도 이용되므로, 정확하게 개념을 익혀 보자.



공부할 내용!



14일
진도



20일
진도



스스로 계획을
세워 보!

01. 거듭제곱의 뜻과 표현	1일차	1일차	____월 ____일
02. 소수와 합성수			____월 ____일
03. 소인수분해	2일차	2일차	____월 ____일
04. 제곱수 만들기			____월 ____일
05. 소인수분해를 이용하여 약수와 약수의 개수 구하기		3일차	____월 ____일



거듭제곱의 뜻과 표현



• 거듭제곱의 뜻

같은 수나 문자를 여러 번 곱한 것을 간단히 나타낸 것이다.

• 거듭제곱의 밑과 지수

여러 번 곱한 수나 문자를 거듭제곱의 **밑**이라 하고, 곱한 개수를 거듭제곱의 **지수**라고 한다.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

지수
밑

• 거듭제곱의 표현

① 같은 수의 거듭제곱 : 곱한 개수만큼 지수를 쓴다.

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

2를 3개 곱한 것이다.

② 다른 두 수의 거듭제곱 : 같은 수끼리 밑과 지수를 써서 거듭제곱으로 나타내고 두 수의 거듭제곱 사이에 곱하기 기호 $\times$ 를 쓴다.

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

③ 분수의 거듭제곱 : 분수에 괄호를 한 후 곱한 개수만큼 지수를 써야 한다.

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

괄호를 빠뜨리지 않도록 주의하자.

• 거듭제곱의 계산

$$5^2 = 5 \times 5 = 25, 2^2 \times 3^3 = 4 \times 27 = 108$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}, \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

괄호를 풀 때는 반드시 분모, 분자에 지수를 각각 써야 한다.

바빠 꿀팁!

• 거듭제곱을 쓰고 읽어 보자.

$$5 \times 5 \quad \text{쓰기 : } 5^2$$

읽기 : 5의 제곱

$$5 \times 5 \times 5 \quad \text{쓰기 : } 5^3$$

읽기 : 5의 세제곱

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \quad \text{쓰기 : } 5^4$$

읽기 : 5의 네제곱

• 분자가 1인 분수의 거듭제곱은 분수 전체에 괄호를 한 후 지수를 쓰거나 분모에만 지수를 쓰고 분자는 1로 쓸 수 있음을 기억해 두자.

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \quad \text{또는} \quad \frac{1}{4^3}$$



앗! 실수

• 분수의 거듭제곱은 괄호를 하고 나타내야 값이 달라지지 않아.

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \text{ 을 } \frac{3^2}{4} \text{ 으로 나타내면 안 돼. } \frac{3^2}{4} \text{ 은 } \frac{9}{4} \text{ 가 되지만, } \left(\frac{3}{4}\right)^2 \text{ 은 } \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16} \text{ 가 돼.}$$

따라서 $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ 처럼 반드시 괄호를 하고 나타내야만 해.

• $1^2=1, 1^5=1, 1^9=1, \dots, 1^{100}=1$ 인데 $1^2=2, 1^5=5, 1^9=9, \dots, 1^{100}=100$ 이라고 계산 실수하는 경우가 많아. 절대 실수하지 않도록 주의해!



거듭제곱의 뜻과 표현

여러 번 곱한 수나 문자는 거듭제곱의 밑, 곱한 개수는 거듭제곱의 지수라고 해.

아하! 그렇구나~

$$\overbrace{a \times a \times \cdots \times a}^{n\text{개}} = a^n$$

↑ 지수
↑ 밑

■ 다음 거듭제곱의 밑과 지수를 말하여라.

1. 1^3

밑 _____ 지수 _____

2. 2^3

밑 _____ 지수 _____

3. 5^4

밑 _____ 지수 _____

4. 10^2

밑 _____ 지수 _____

5. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

밑 _____ 지수 _____

6. $\left(\frac{3}{4}\right)^5$

밑 _____ 지수 _____

7. $\left(\frac{2}{5}\right)^4$

밑 _____ 지수 _____

■ 다음을 거듭제곱을 사용하여 나타내어라.

8. 1×1

_____ $1^{\square}$

9. $3 \times 3 \times 3$

10. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

11. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

_____ $\left(\square\right)^2$

12. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

13. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

14. $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10}$



B 여러 수의 거듭제곱

분수의 거듭제곱은 반드시 괄호를 하고 나타내야 해.

괄호를 하지 않으면 분자만 지수만큼 곱하는 실수를 하게 돼.

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 (\bigcirc) \quad \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2^2}{5} (\times) \quad \text{잊지 말자. 꼬~옥!}$$

■ 다음을 여러 수의 거듭제곱을 사용하여 나타내어라.

1. $2 \times 3 \times 3$

$$\square \times \square^2$$

2. $2 \times 2 \times 3 \times 3$

3. $4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5$

4. $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

5. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 6 \times 6$

6. $3 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5$

7. $3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5$

8. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$

$$\frac{(\square)^2 \times (\square)^2}{\square}$$

9. $\frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9}$

10. $2 \times 2 \times 2 \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$

11. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

12. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

13. $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3}$

$$\frac{1}{\square^2 \times \square^2}$$

14. $\frac{1}{2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 3}$



거듭제곱의 값 구하기

1^{10} 은 10이 아니야. 1은 10번 곱해도 1이거든.

7^2 은 14가 아니야. $7 \times 7 = 49$ 가 돼.

$\left(\frac{5}{3}\right)^2$ 은 $\frac{5^2}{3} = \frac{25}{3}$ 가 아니야. $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$ 가 맞아.

아하! 그렇구나~

■ 다음 거듭제곱의 값을 구하여라.

앗! 실수

1. 1^5

Help $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = \square$

2. 2^3

Help $2 \times 2 \times 2 = \square$

3. 2^4

4. 3^2

5. 3^3

6. 3^4

7. 4^2

8. 4^3

9. 5^2

10. 5^3

11. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

Help $\frac{1^4}{2^4} = \square$

12. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

13. $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

14. $\left(\frac{4}{7}\right)^2$



밑이 주어질 때 거듭제곱으로 나타내기

자주 나오는 거듭제곱을 외워 두면 두고두고 유용하게 쓸 수 있어.

$$2^3=8, 2^4=16, 2^5=32, 2^6=64, \dots, 2^{10}=1024$$

$$3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 4^2=16, 4^3=64, 5^2=25, 5^3=125$$

이 정도는 암기해야 해~ 암암!

■ 다음 수를 () 안의 수의 거듭제곱으로 나타내어라.

1. 4 (2)

Help $4=2 \times 2$

$$2^{\square}$$

2. 9 (3)

3. 16 (2, 4)

$$2^{\square}, 4^{\square}$$

4. 27 (3)

5. 64 (4, 8)

$$4^{\square}, 8^{\square}$$

6. 81 (3, 9)

7. 100 (10)

8. $\frac{1}{8}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

Help $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\square}$$

9. $\frac{4}{25}$ $\left(\frac{2}{5}\right)$

10. $\frac{8}{27}$ $\left(\frac{2}{3}\right)$

11. $\frac{9}{49}$ $\left(\frac{3}{7}\right)$

12. $\frac{16}{81}$ $\left(\frac{2}{3}\right)$

13. $\frac{81}{100}$ $\left(\frac{9}{10}\right)$

14. $\frac{27}{125}$ $\left(\frac{3}{5}\right)$



여러 번의 덧셈과 곱셈의 차이

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \text{[Diagram: A circle divided into two equal halves, with one half shaded and labeled } \frac{1}{2} \text{.]}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \text{과 } \frac{1}{2} \text{의 합: } \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \quad \text{[Diagram: A circle divided into four equal quadrants, with one quadrant shaded and labeled } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \text{.]}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \text{의 } \frac{1}{2} \text{배: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

■ 다음 값을 구하여라.

앗! 실수

1. $2+2+2$

$2 \times 2 \times 2$

$2 \times \square = \square$

$2^{\square} = \square$

2. $3+3+3+3$

$3 \times 3 \times 3 \times 3$

$3 \times \square = \square$

$3^{\square} = \square$

3. $4+4$

4×4

4. $5+5+5$

$5 \times 5 \times 5$

5. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

6. $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

■ 다음은 모두 틀린 표현이다. 맞는 표현으로 고쳐 써라.

7. $2 \times 2 \times 2 = 2 \times 3$

8. $5+5+5+5=5^4$

9. $5 \times 5 \times 5 = 3^5$

10. $3+3+3+3=4^3$

11. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2^5}$

12. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3}$

13. $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^2}$



거저먹는 시험 문제



[1~2] 거듭제곱의 밑과 지수

1. 3×3 을 거듭제곱으로 나타낼 때, 거듭제곱의 밑과 지수를 각각 a, b 라 하자. $a+b$ 의 값을 구하여라.

2. $7 \times 7 \times 7 \times 7$ 을 거듭제곱으로 나타낼 때, 거듭제곱의 밑과 지수를 각각 a, b 라 하자. $a-b$ 의 값을 구하여라.

[3~4] 거듭제곱의 표현

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① $1^{99} = 1 + 99$
- ② $3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 = 3^3 \times 5^2$
- ③ $5 + 5 + 5 = 5^3$
- ④ $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$
- ⑤ $5^2 = 10$

4. 다음 중 옳은 것은?

- ① $3 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$
- ② $7 \times 7 \times 7 = 7^7$
- ③ $2 + 2 + 3 + 3 + 3 = 2 \times 2 + 3 \times 3$
- ④ $2^4 = 8$
- ⑤ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times 3}$

[5~6] 거듭제곱의 값

5. $2^a = 16$, $5^2 = b$ 를 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하여라.

6. $3^4 = a$, $5^b = 125$ 를 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.



소수와 합성수



● 소수와 합성수의 뜻

① 소수 : 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수, 즉 약수가 2개인 수이다.

② 합성수 : 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수, 즉 약수가 3개 이상인 수이다.

초등 과정에서는 소수를 0.1, 0.5, 3.4 등으로 배웠는데 그때의 소수는 한자로 小數, 즉 작은 수량을 나타내는 수이다. 새로 배운 소수는 한자로 素數, 즉 원재료라는 뜻으로 합성수의 재료가 된다는 뜻이다.

● 자연수를 약수의 개수를 기준으로 나눈 세 묶음



● 1부터 20까지의 자연수 중 소수와 합성수의 분류

수	약수	수	약수
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

① 소수 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ⇨ 2를 제외하고는 모두 홀수

② 합성수 : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20

③ 소수도 합성수도 아닌 수 : 1

바빠 꿀팁!

많은 문제들이 1에서 20까지의 소수를 묻는 문제야. 문제마다 약수가 2개인 수를 구해도 되지만 8개 밖에 안 되므로 우린 암기하자고. 그럼 당연히 문제 푸는 속도도 빨라지겠지?

2	3	5	7
11	13	17	19

위의 8개 수만 암기해도 80% 이상 문제가 해결돼. 하지만, 나머지 20%의 문제도 모두 맞히고 싶다면 남은 기억 용량을 총동원해서 20에서 50까지의 소수 7개도 모두 외워 버리자고.

23	29	31	37
41	43	47	



앗! 실수

- 특이한 수 1 : 1은 소수도 합성수도 아니야. '모든 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.'라는 문장은 1 때문에 틀린 내용이야.
- 특이한 수 2 : 짝수이면서 소수인 수는 2뿐이야. '모든 소수는 홀수이다.'라는 문장은 2 때문에 틀린 내용이야.



소수와 합성수의 표현

소수와 합성수는 각각의 수가 소수인지 합성수인지 구분하는 문제와 소수와 합성수의 뜻과 관련된 문제도 많이 출제되거든. 앞에서 배운 내용을 기억하며 하나하나 맞는지 체크하며 풀어 보자.

■ 다음 소수와 합성수에 대한 설명이 옳은 것은 ○표, 틀린 것은 ×표 하여라.

1. 모든 소수는 홀수이다.

Help 소수 중에 홀수가 아닌 것이 있는지 생각해 본다.

2. 모든 소수는 약수의 개수가 2개이다.

앗! 실수
3. 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

4. 1은 소수이다.

5. 모든 짝수는 소수가 아니다.

Help 짝수 중에 소수가 있는지 생각해 본다.

6. 가장 작은 합성수는 4이다.

7. 소수는 1과 자기 자신이 아닌 두 자연수의 곱으로 나타낼 수 있다.

앗! 실수
8. 1은 소수도 합성수도 아니다.

9. 합성수는 약수를 3개만 가지는 수이다.

10. 소수 중에 짝수는 2뿐이다.

앗! 실수
11. 모든 자연수의 약수는 2개 이상이다.

12. 2는 가장 작은 소수이다.



1에서 20까지의 수에서 약수 구하기

$49=7\times 7$ 과 같이 같은 수의 곱이면 약수에 7은 한 번만 쓰면 돼. **아하! 그렇구나~**

■ 다음 자연수의 약수를 모두 써라.

1. 1

Help $1=1\times 1$

2. 2

Help $2=1\times 2$

3. 3

4. 4

5. 5

6. 6

7. 7

8. 8

9. 9

10. 10

11. 11

12. 12

13. 13

14. 14

15. 15

16. 16

17. 17

18. 18

19. 19

20. 20

21. 1~10까지의 수 중 약수가 2개인 수를 구하여라.

22. 11~20까지의 수 중 약수가 2개인 수를 구하여라.



21~50까지의 수에서 소수, 합성수 구하기

약수가 1과 자신이면 소수, 약수가 3개 이상이면 합성수야. 어떤 수가 합성수인지만 알아보려면 그 수의 약수를 모두 구하지 않아도 돼. 1과 자기 자신 이외의 약수가 1개라도 더 있는지만 확인하면 되거든.

아하! 그렇구나~

■ 다음 수가 소수이면 '소', 합성수이면 '합' 을 써라.

1. 21

2. 22

3. 23

4. 24

5. 25

6. 26

7. 27

8. 28

9. 29

10. 30

11. 31

12. 32

13. 33

14. 34

15. 35

16. 36

17. 37

18. 38

19. 39

20. 40

21. 41

22. 42

23. 43

24. 44

25. 45

26. 46

27. 47

28. 48

29. 49

30. 50



1~50까지의 수에서 소수, 합성수 구하기

일정한 범위에서 소수의 개수를 알고 있으면 소수를 빼먹지 않고 구하는 데 도움이 돼.

1~10 $\Rightarrow$ 소수 4개, 11~20 $\Rightarrow$ 소수 4개, 21~30 $\Rightarrow$ 소수 2개

31~40 $\Rightarrow$ 소수 2개, 41~50 $\Rightarrow$ 소수 3개

■ 1~50까지의 수 중에서 소수와 합성수를 구하여라.

1. 다음 표의 1~10까지의 수 중에서 소수에 ○표 하여라.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

2. 1~10까지의 수 중에서 합성수를 모두 구하여라.

3. 1~10까지의 수 중에서 소수도 합성수도 아닌 수를 모두 구하여라.

4. 다음 표의 11~20까지의 수 중에서 소수에 ○표 하여라.

11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

5. 11~20까지의 수 중에서 합성수를 모두 구하여라.

6. 다음 표의 21~30까지의 수 중에서 소수에 ○표 하여라.

21	22	23	24	25
26	27	28	29	30

7. 21~30까지의 수 중에서 합성수를 모두 구하여라.

8. 다음 표의 31~50까지의 수 중에서 소수에 ○표 하여라.

31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50

9. 31~50까지의 수 중에서 합성수를 모두 구하여라.



거저먹는 시험 문제



[1~3] 소수와 합성수의 뜻

앗! 실수

1. 다음 소수와 합성수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 2는 가장 작은 소수이다.
- ② 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ③ 소수 중 짝수는 2뿐이다.
- ④ 합성수는 약수가 3개인 수이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2개인 수이다.

2. 다음 소수와 합성수에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ② 가장 작은 소수는 1이다.
- ③ 2를 제외한 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 합성수는 약수가 2개 이상이다.
- ⑤ 소수 중 가장 작은 홀수는 1이다.

3. 다음 소수와 합성수에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ② 23의 약수는 자기자신의 수인 23뿐이다.
- ③ 약수가 4개인 수는 합성수이다.
- ④ 소수는 1과 자기 자신만을 약수로 가진다.
- ⑤ 두 소수의 곱은 소수이다.

[4~7] 소수와 합성수 구하기

4. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

11	12	15	16	18	17
----	----	----	----	----	----

5. 다음 중 합성수는 모두 몇 개인가?

14	22	19	16	24	13
----	----	----	----	----	----

6. 다음 중 소수를 모두 써라.

33	41	12	23	25	47
----	----	----	----	----	----

7. 다음 중 합성수를 모두 써라.

29	8	36	45	16	43
----	---	----	----	----	----



03

소인수분해



● 인수와 소인수

① 인수 : 자연수 a, b, c 에 대하여

$$a = b \times c \text{ 일 때 } b, c \text{ 를 } a \text{ 의 인수라 한다.}$$

여기서 인수는 약수와 같은 뜻이다.

② 소인수 : 인수 중에서 소수인 것을 소인수라 한다.

$$\begin{array}{l} 20 = 1 \times 20 \\ 20 = 2 \times 10 \\ 20 = 4 \times 5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 20 \text{의 인수는 } 1, 2, 4, 5, 10, 20 \\ 20 \text{의 소인수는 } 2, 5 \end{array} \right.$$

바빠 꿀팁!

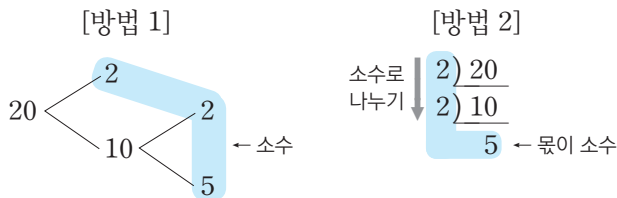
소인수분해할 때 나누는 수는 어떤 것을 먼저 나누어도 결과는 같아져. 2와 3으로 나누어지는 수가 있을 때 2로 먼저 나누든 3으로 나누든 상관없이 소수로만 나누면 되는 거지.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12} \\ 2 \overline{)6} \\ \underline{3} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{)12} \\ 2 \overline{)4} \\ \underline{2} \end{array}$$

● 소인수분해

① 소인수분해 : 자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해한다고 한다.

② 소인수분해하는 방법



$$\therefore 20 = 2^2 \times 5$$

① [방법 1] 가지의 끝이 모두 소수가 될 때까지 가지를 뺄어 가며 나눈다.

② [방법 2] 나누어떨어지는 소수로 차례로 나눈다.

나눌 때는 2, 3, 5, ... 의 작은 소수부터 차례로 나누는 것이 좋고, 몫이 소수가 나올 때까지 계속 나눈다.

③ 소인수분해한 결과를 쓸 때는 같은 소인수의 곱은 거듭제곱을 사용하여 나타내고, 작은 소인수부터 쓰도록 한다.

[방법 1]과 [방법 2]
중에서 대부분은 간편한
[방법 2]를 사용해요.



앗! 실수

소인수분해할 때

$18 = 2 \times 9 \Rightarrow 9$ 는 소수가 아니므로 소인수분해가 아니야.

$18 = 3 \times 6 \Rightarrow 6$ 는 소수가 아니므로 소인수분해가 아니야.

소인수분해는 소수의 곱으로만 표시되어야 하고 같은 수가 있으면 거듭제곱으로 표현해야 되거든.

그래서 $18 = 2 \times 3^2$ 이 맞는 소인수분해야. 이 중에 소인수는 2, 3^2 일까? NO!

$3^2 = 9$ 는 소수가 아닌 합성수이므로 18의 소인수는 2, 3^2 이 아닌 2, 3이야.



인수와 소인수

인수와 소인수를 구하는 방법

1단계 : 인수는 약수를 구하는 방법과 동일한 방법으로 구하면 돼.

2단계 : 인수 중에 소수가 있다면 그 수가 소수이면서 인수라는 뜻의 소인수야. **아하! 그렇구나~**

■ 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

1. $6 = 1 \times \square$

$6 = 2 \times \square$

6의 인수는 1, 2, □, □

6의 인수 중 소인수는 □, □

2. $12 = 1 \times \square$

$12 = 2 \times \square$

$12 = 3 \times \square$

12의 인수는 1, 2, 3, □, □, □

12의 인수 중 소인수는 □, □

3. $15 = 1 \times \square$

$15 = 3 \times \square$

15의 인수는 1, 3, □, □

15의 인수 중 소인수는 □, □

4. $18 = \square \times 18$

$18 = \square \times 9$

$18 = \square \times 6$

18의 인수는 □, □, □, 6, 9, 18

18의 인수 중 소인수는 □, □

5. $24 = 1 \times \square$

$24 = \square \times 12$

$24 = 3 \times \square$

$24 = \square \times 6$

24의 인수는 1, □, 3, □, 6, □, 12, □

24의 인수 중 소인수는 □, □

■ 다음 수의 인수와 소인수를 모두 구하여라.

6. 5

인수 _____

소인수 _____

7. 8

인수 _____

소인수 _____

8. 10

인수 _____

소인수 _____

9. 21

인수 _____

소인수 _____

10. 28

인수 _____

소인수 _____

11. 46

인수 _____

소인수 _____

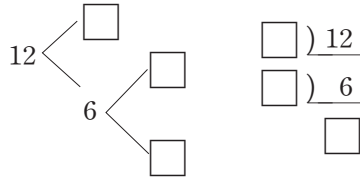


소인수분해 1

소인수분해는 두 가지 방법 중 한 가지를 택하여 하지만, 소인수분해한 결과는 소인수들을 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이야. **아하! 그렇구나~**

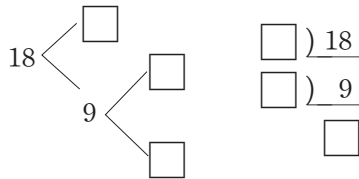
■ 다음 수를 두 가지 방법으로 소인수분해하여라.

1. 12



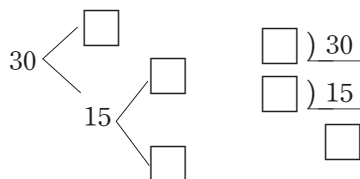
12를 소인수분해하면 $12 = \square^2 \times \square$

2. 18



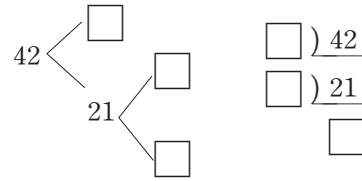
18을 소인수분해하면 $18 = \square \times \square^2$

3. 30



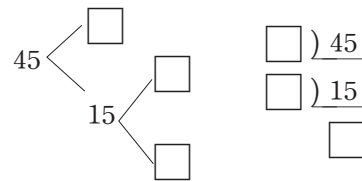
30을 소인수분해하면 $30 = \square \times \square \times \square$

4. 42



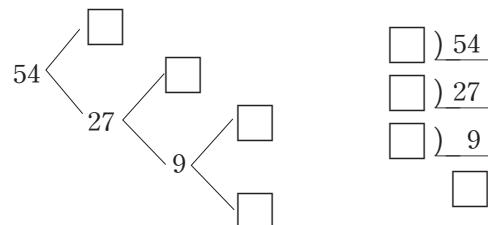
42를 소인수분해하면 $42 = \square \times \square \times \square$

5. 45



45를 소인수분해하면 $45 = \square^2 \times \square$

6. 54



54를 소인수분해하면 $54 = \square \times \square^3$



소인수분해 2

소인수분해할 때는 거꾸로 나누는 방법이 간편해서 많이 써.

1단계 : 짝수이면 2로 나누는데 4, 6, 8로는 나누지 않도록 주의해.

2단계 : 홀수이면 3의 배수인지, 5의 배수인지, 7의 배수인지, ... 살펴봐.

또한 소수로 나눌 때는 몫이 소수가 될 때까지 계속 나누고, 계산 결과는

거듭제곱을 이용하여 나타내야 해. **잊지 말자. 꼬~옥!**

■ 다음 수를 소인수분해하여라.

1. 8

$$\begin{array}{r} \text{Help } 2 \overline{) 8} \\ \square \overline{) 4} \\ \square \end{array}$$

2. 10

3. 15

4. 20

5. 24

6. 27

7. 32

8. 38

9. 48

10. 56

11. 60

12. 72

13. 84

14. 96



소인수 구하기

소인수분해 $a^l \times b^m \times c^n$ 에서 소인수는 밑의 수인 a, b, c 야.

이때 a, b, c 가 소수인지 확인하는 게 중요해. 간혹 $3 \times 4 \times 5^2$ 을 소인수분해라고 착각하는 경우가 있는데 4가 소인수가 아니므로 소인수분해가 아니야. **잊지 말자. 꼬~옥!**

■ 다음 수를 소인수분해하고 소인수를 모두 구하여라.

1. 6

소인수분해 _____
소인수 _____

2. 16

소인수분해 _____
소인수 _____

안심수

3. 28

$2 \overline{) 28}$
 $2 \overline{) 14}$
 $\square$

소인수분해 _____
소인수 _____

4. 36

소인수분해 _____
소인수 _____

5. 39

소인수분해 _____
소인수 _____

6. 40

소인수분해 _____
소인수 _____

7. 44

소인수분해 _____
소인수 _____

8. 52

소인수분해 _____
소인수 _____

9. 66

소인수분해 _____
소인수 _____

10. 78

소인수분해 _____
소인수 _____

11. 86

소인수분해 _____
소인수 _____

12. 98

소인수분해 _____
소인수 _____

13. 108

$2 \overline{) 108}$
 $2 \overline{) 54}$
 $3 \overline{) \square}$
 $\square \overline{) \square}$
 $\square$

소인수분해 _____
소인수 _____

14. 126

소인수분해 _____
소인수 _____



거저먹는 시험 문제



[1~3] 소인수분해하기

1. 180을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times 5^c$ 일 때, 세 자연수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

2. 450을 소인수분해하면 $a \times 3^b \times c^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

3. 540을 소인수분해하면 $2^a \times b^3 \times c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

연습

[4~6] 소인수 찾기

4. 다음 중 48의 소인수를 모두 골라라.

2	2^4	3	5	5^2
---	-------	---	---	-------

5. 다음 중 120의 소인수를 모두 골라라.

2	3^2	2^2	3	5	5^2
---	-------	-------	---	---	-------

6. 다음 중 360의 소인수를 모두 골라라.

2	3^2	5^2	3	2^2	5
---	-------	-------	---	-------	---



제곱수 만들기



● 제곱수

같은 자연수가 2번 곱해진 수이다. $\Rightarrow 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, \dots$

● 제곱수 만들기

① 제곱수가 아닌 수에 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱수 만들기

- $12 = 2^2 \times 3$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱수를 만들어 보자.

[1단계] 지수가 홀수이면 제곱수가 될 수 없으므로 지수를 짝수로 만들어 주어야 제곱수가 된다.

[2단계] 지수가 짝수가 되면서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수

는 될까? $2^2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

지수가 2가 되도록 3을 곱한다.

[3단계] 이 수는 어떤 수의 제곱이 될까?

$2^2 \times 3^2 = (2 \times 3)^2$ 이므로 $2 \times 3 = 6$ 의 제곱이 된다.

$\underbrace{\quad\quad\quad}^{\quad\quad\quad} \quad\quad\quad$ 꼴이 되도록 변형한다.

- $40 = 2^3 \times 5$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱수를 만들어 보자.

[1단계] 두 밑의 지수가 모두 홀수이므로 둘 다 짝수를 만들어 주어야 제곱수가 된다.

[2단계] 지수가 짝수가 되면서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 될까?

$2^3 \times 5 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5^2 = 16 \times 5^2 = 4^2 \times 5^2$

[3단계] 이 수는 어떤 수의 제곱이 될까?

$4^2 \times 5^2 = (4 \times 5)^2$ 이므로 $4 \times 5 = 20$ 의 제곱이 된다.

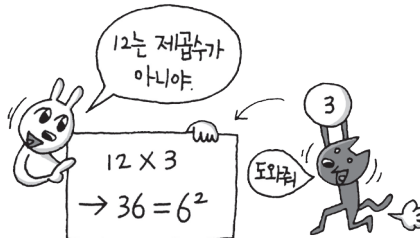
② 제곱수가 아닌 수를 가장 작은 자연수로 나누어 제곱수 만들기

- $45 = 3^2 \times 5$ 를 가장 작은 자연수로 나누어 제곱수를 만들어 보자.

[1단계] 지수가 홀수인 밑으로 나누어야 지수가 짝수가 된다.

[2단계] 지수가 홀수인 수는 5이므로 5로 나누면 3의 제곱이 된다.

$3^2 \times 5 \div 5 = 3^2$



바빠 꿀팁!

1부터 100까지의 수 중에 제곱수는 외워 두자.

1	4	9	16	25
36	49	64	81	100

이 중 가장 생각이 안 나는 제곱수가 될까?

이상하게 가장 쉬운 10이야. 1은 1의 제곱수이므로 항상 챙겨서 문제를 풀어야 실수가 없어.

그 외에 중요한 제곱수도 외워 볼까?

$11^2 = 121$	$12^2 = 144$
$13^2 = 169$	$14^2 = 196$
$15^2 = 225$	

앞으로 중2, 중3은 물론 고등학교에서 문제를 풀 때도 요긴하게 쓰이므로 지금 바로 외워 버려.



어떤 수의 제곱수가 되려면 지수가 짝수가 되어야 해. 이것은 지수가 2뿐 아니라 4, 6, ...도 된다는 뜻이지.

지수가 4, 6, ...인 어떤 수를 제곱수로 만들려면 다음과 같이 지수를 제곱으로 만들어 풀면 실수를 줄일 수 있어.

$2^4 = 4^2, 2^6 = 8^2, 3^4 = 9^2, \dots$



제곱수 구하기

연산이 빨라지려면

$1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$, $5^2=25$, $6^2=36$, $7^2=49$, $8^2=64$,
 $9^2=81$, $10^2=100$, $11^2=121$, $12^2=144$, $13^2=169$, $14^2=196$,
 $15^2=225$ 이 정도는 암기해야 해~ 암암!

■ 다음 수는 어떤 수의 제곱인지 구하여라.

1. 1

2. 9

3. 25

4. 49

5. 81

6. 121

7. 169

8. 4

9. 16

10. 36

11. 64

12. 100

13. 144

14. 400



제곱수 만들기 1

어떤 수를 제곱수로 만들기 위해

$3^2 \times 5$ 일 때, 지수가 홀수인 5를 곱해. $3^2 \times 5^2$ 이 되면 지수는 모두 2이므로 밑 3×5 의 제곱이 돼.

따라서 이 수는 $(3 \times 5)^2 = 15^2$ 이 되는 거지. **아하! 그렇구나~**

■ 다음 수에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수와 어떤 수의 제곱인지 구하여라.

1. 12

Help $12 = 2^2 \times 3$ 이므로

$$2^2 \times 3 \times \square = \square^2 \times \square^2 = \square^2$$

2. 18

3. 20

4. 28

5. 44

6. 45

7. 50

8. 63

9. 68

10. 75

11. 98

12. 147

13. 180

14. 252



제곱수 만들기 2

$2^2 \times 3 \times 5$ 를 제곱수로 만들기 위해 곱하는 가장 작은 자연수는 지수가 홀수인 3과 5 $\Rightarrow 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \Rightarrow (2 \times 3 \times 5)^2 = 30^2$

$3^3 \times 5$ 를 제곱수로 만들기 위해 곱하는 가장 작은 자연수 역시 지수가 홀수인 3과 5 $\Rightarrow 3^4 \times 5^2 \Rightarrow 9^2 \times 5^2 \Rightarrow (9 \times 5)^2 = 45^2$

■ 다음 수에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수와 어떤 수의 제곱인지 구하여라.

1. 6

Help $6 = 2 \times 3$

$$2 \times 3 \times 2 \times 3$$

$$= 2^2 \times 3^2$$

$$= \square^2$$

2. 8

3. 10

4. 21

야! 실수

5. 24

Help $24 = 2^3 \times 3$

$$= 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2$$

$$= 4^2 \times 3^2$$

$$= \square^2$$

6. 27

7. 40

8. 54

9. 56

10. 88

11. 126

12. 132

13. 140

14. 150



제곱수 만들기 3

제곱수가 되기 위해 나누는 가장 작은 자연수는 지수가 홀수인 밑이야.

$$3^2 \times 5 \Rightarrow 5 \text{로 나누기} \Rightarrow 3^2$$

$$3^3 \times 5 \Rightarrow 3 \times 5 \text{로 나누기} \Rightarrow 3^2$$

$$2 \times 3 \times 5 \Rightarrow 2 \times 3 \times 5 \text{로 나누기} \Rightarrow 1 \text{ 아하! 그렇구나~}$$



■ 다음 수를 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하고 어떤 수의 제곱인지 구하여라.

1. $8 = 2^3$

Help $8 \div \square = 2^3 \div \square$

_____ , _____

2. 27

_____ , _____

3. 44

_____ , _____

4. 52

_____ , _____

5. 75

_____ , _____

6. 99

_____ , _____

7. 125

_____ , _____

8. 90

Help $90 \div \square = 2 \times 3^2 \times 5 \div \square$

_____ , _____

9. 126

_____ , _____

10. 150

_____ , _____

11. 180

_____ , _____

12. 198

_____ , _____

13. 250

_____ , _____

14. 450

_____ , _____



거저먹는 시험 문제



[1~4] 제곱수 구하기

1. 60에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

2. 60을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

앗! 실수

3. 108에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

4. 108을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

[5~6] 식으로 주어질 때 제곱수 구하기

5. $90 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a 와 이때의 b 를 각각 구하여라.

6. $132 \div a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a 와 이때의 b 를 각각 구하여라.



소인수분해를 이용하여 약수와 약수의 개수 구하기



- a^n 꼴 (a 는 소수, n 은 자연수)의 약수와 약수의 개수

a^n 의 약수 $\Rightarrow 1, a, a^2, \dots, a^n \Rightarrow (n+1)$ 개

$16(=2^4)$ 의 약수 $\Rightarrow 1, 2, 2^2, 2^3, 2^4 \Rightarrow (4+1)$ 개

- $a^m \times b^n$ 꼴 (a, b 는 서로 다른 소수, m, n 은 자연수)의 약수와 약수의 개수

① 약수 구하기

$18=2 \times 3^2$ 의 약수를 구해 보자.

2의 약수인 1, 2와 3^2 의 약수인 1, 3, 3^2 을 아래와 같이 표에 쓰고 가로, 세로가 만나는 칸에 두 약수를 곱한다.

3^2 의 약수 $\rightarrow 3$ 개

$\times$	1	3	3^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 3 = 3$	$1 \times 3^2 = 9$
2	$2 \times 1 = 2$	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 3^2 = 18$

2의 약수 $\rightarrow 2$ 개

따라서, 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18로 소인수분해한 수들의 곱으로 구할 수 있다.

② 약수의 개수 구하기

$a^m \times b^n$ (a, b 는 서로 다른 소수, m, n 은 자연수)으로 소인수분해될 때

$a^m \times b^n$ 의 약수는 $\Rightarrow a^m$ 의 약수 $1, a, a^2, \dots, a^m$ 과

$(m+1)$ 개

b^n 의 약수 $1, b, b^2, \dots, b^n$ 을 곱하여 구한다.

$(n+1)$ 개

따라서 $a^m \times b^n$ 의 약수의 개수는 $(m+1) \times (n+1)$ 개이다.

이 방법을 쓰면 약수를 일일이 구하지 않고도 약수의 개수를 구할 수 있다.

$18=2 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 소인수의 지수에 1씩 더한 수를 곱하여

$(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)이다.

바빠 꿀팁!

- $2 \times 3 \times 5^2$ 과 같이 3개의 소인수로 소인수분해되는 수의 약수는 어떻게 구할까?

먼저 두 개의 소인수만으로 표를 그려서 약수를 구한 후, 이 약수를 가로나 세로에 쓰고 나머지 소인수의 약수도 써서 다시 한번 표를 그려서 구하면 돼.

$\times$	1	3
1	1	3
2	2	6



$\times$	1	2	3	6
1	1	2	3	6
5	5	10	15	30
5^2	25	50	75	150

- 작은 수의 약수는 표를 이용하지 않아도 되지만 504 같은 큰 수는 약수가 많기 때문에 표를 이용하지 않으면 빠뜨리고 구하기가 쉽지. 따라서, 큰 수의 약수를 구할 때는 소인수분해를 이용해서 약수들의 곱으로 구해야 해.



앗! 실수

- 약수를 구하기 위해 표를 그릴 때는 소인수들의 지수보다 1칸씩 더 그려야 해. 왜냐하면 모든 수의 약수인 1이 들어갈 칸을 만들어야 하기 때문이야.
- 소인수분해로 약수의 개수를 구할 때 소인수분해를 잘했는지 살펴봐야 해.
 $4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수를 $2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)로 답하는 경우가 있는데 4가 소인수가 아니어서 틀린 답이야.
 4를 2^2 으로 고쳐서 약수의 개수를 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)로 답해야 해.



소인수분해를 이용하여 약수 구하기 1

$a^m \times b^n$ 의 약수를 구할 때는 $1, a, a^2, \dots, a^m$ 과 $1, b, b^2, \dots, b^n$ 을 가로, 세로에 쓰고 만나는 칸에 약수들을 각각 곱하여 구해. 이때 시작은 1부터야. 잊지 말자. 꼬~옥!

■ 소인수분해를 이용하여 다음 수의 약수를 구하는 과정이다. 표의 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

1. $6 = 2 \times 3$

×	1	3
1		
2		

Help 가로, 세로가 만나는 칸에 약수들을 각각 곱하여 쓴다.

2. $20 = 2^2 \times 5$

×	1	5
1		
2		
2^2		

3. $36 = 2^2 \times 3^2$

×	1	3	3^2
1			
2			
2^2			

4. $56 = 2^3 \times 7$

×	1	7
1		
2		
2^2		
2^3		

5. $10 = 2 \times 5$

×		

6. $45 = 3^2 \times 5$

×		

7. $100 = 2^2 \times 5^2$

×			

8. $135 = 3^3 \times 5$

×		



소인수분해를 이용하여 약수 구하기 2

표를 그릴 때는 소인수들의 지수보다 1칸씩 더 그려야 한다는 거 알고 있지? 물론 1 때문이야! **아하! 그렇구나~**

■ 소인수분해와 표를 이용하여 다음 수의 약수를 모두 구하여라.

앗! 실수

1. 18

소인수분해 _____

표 그리기

×			

약수 _____

2. 28

소인수분해 _____

표 그리기

×		

약수 _____

3. 54

소인수분해 _____

표 그리기

×				

약수 _____

4. 75

소인수분해 _____

표 그리기

×			

약수 _____

5. 98

소인수분해 _____

표 그리기

×			

약수 _____

6. 108

소인수분해 _____

표 그리기

×				

약수 _____



약수의 개수 구하기

$a^m \times b^n$ 의 약수의 개수는 $\Rightarrow (m+1) \times (n+1)$ (개)

이 정도는 암기해야 해~ 암암!

■ 다음 수의 약수의 개수를 구하여라.

1. $2^2 \times 3$

Help $(2+1) \times (1+1)$

2. 2×3^2

3. $3^2 \times 5^2$

4. $3^3 \times 5^2$

5. $5^4 \times 7^2$

6. $2 \times 3^2 \times 5^2$

7. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

■ 다음 수를 소인수분해한 후 약수의 개수를 구하여라.

8. 10

소인수분해 _____

약수의 개수 _____

앗! 실수

9. 24

소인수분해 _____

약수의 개수 _____

10. 25

소인수분해 _____

약수의 개수 _____

11. 30

소인수분해 _____

약수의 개수 _____

12. 63

소인수분해 _____

약수의 개수 _____

13. 84

소인수분해 _____

약수의 개수 _____

14. 110

소인수분해 _____

약수의 개수 _____



약수의 개수가 주어질 때 지수 구하기

소인수분해된 수의 소인수가 2개이고, 약수의 개수가 15라면 $15=3 \times 5$ 에서 소인수들의 지수는 $3-1=2$ 와 $5-1=4$ 이지.

즉, 약수의 개수를 곱으로 분해해서 1씩을 빼주면 소인수들의 지수가 나와. **아하! 그렇구나~**

■ 다음과 같이 약수의 개수가 주어질 때 자연수 a 의 값을 구하여라.

1. 2^a 의 약수의 개수가 3개

Help 약수가 3개이므로 지수는 약수의 개수에서 1을 빼면 된다.

2. 3^a 의 약수의 개수가 5개

3. 5^a 의 약수의 개수가 7개

4. 2×3^a 의 약수의 개수가 4개

Help 약수의 개수 4개를 곱으로 분해하면 2×2 로 나타낼 수 있으므로, 소인수의 지수는 각각의 지수에서 1씩 빼면 된다.

5. $2^a \times 3^2$ 의 약수의 개수가 9개

6. $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 8개

7. $2^a \times 5^4$ 의 약수의 개수가 20개

8. $3^3 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 12개

9. $5^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 18개

10. $3^a \times 7^3$ 의 약수의 개수가 20개

11. $2^a \times 3 \times 5$ 의 약수의 개수가 16개

12. $2^3 \times 3^a \times 5$ 의 약수의 개수가 16개

13. $2^2 \times 5^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 27개

14. $3^a \times 5^3 \times 7$ 의 약수의 개수가 32개



거저먹는 시험 문제



[1~3] 약수 구하기

1. 다음 중 96의 약수가 아닌 것은?

- ① 2×3 ② $2^2 \times 3$ ③ 2^3
④ $2^2 \times 3^2$ ⑤ $2^4 \times 3$

2. 다음 중 84의 약수가 아닌 것은?

- ① 2×3 ② 2×7 ③ $2^3 \times 7$
④ $2^2 \times 3 \times 7$ ⑤ $2 \times 3 \times 7$

3. 다음 중 300의 약수가 아닌 것은?

- ① 2×5 ② $2^2 \times 3$ ③ $2^2 \times 5^2$
④ $2^2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

[4~6] 약수의 개수 구하기

연실수

4. 40의 약수의 개수와 3×5^a 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

5. 72의 약수의 개수와 $2^a \times 5^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

6. 60의 약수의 개수와 $2 \times 3^a \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.