

학습지제작소	중학교 1학년 수학 1. 소인수분해 개념정리 1-3. 최대공약수	중학교
		1학년 반
		이름

최대공약수

최대공약수란, 두 자연수에 대하여 공통된 약수 중 가장 큰 자연수를 의미합니다.

예) 16과 20의 최대공약수는 16의 약수이면서 20의 약수인 수 중 가장 큰 수입니다.

16의 약수 : 1, 2, 4, 8, 16

20의 약수 : 1, 2, 4, 5, 10, 20

으로, 둘의 공통된 약수는 1, 2, 4입니다.

세 수 중 가장 큰 수는 4이므로, 16과 20의 최대공약수는 4입니다.

우리가 초등학교를 다닐 때 최대공약수는 직접 약수를 적은 후 비교하거나, 두 수를 한꺼번에 나누어 구했습니다.

[참고] 초등학교에서 최대공약수를 구하는 법

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 16 \quad 20} \\
 2 \overline{) 8 \quad 10} \\
 \hline
 4 \quad 5
 \end{array}$$

16과 20이 모두 나누어 떨어지는 수를 찾고, 왼쪽에 나누었던 수(2×2)를 곱하여 최대공약수(4)를 구했었죠.

그런데 어떻게 이 방법으로 구할 수 있을까요?

처음 16과 20 왼쪽에 2를 적었다는 의미는 곧 16과 20이 각각 2로 나누어떨어짐을 의미합니다.

다시 말해, 2는 16과 20의 공약수입니다.

8과 10 왼쪽의 2 역시 8과 10이 2로 나누어떨어진다는 의미이고, 2는 8과 10의 공약수입니다.

4와 5는 서로소이므로, 최대공약수가 1입니다.

정리하자면 16과 20은 2로 두 번 나눈다면 서로소가 됩니다.

4로 나누면 두 수는 서로소가 되고, 최대공약수는 4입니다.

[요약] 두 자연수에 대하여 서로소가 되도록 나눌 수 있다면, 그 수는 최대공약수입니다.

소인수분해로 최대공약수 구하기

그렇다면 소인수분해로 최대공약수는 어떻게 구할 수 있을까요?

$$16 = 2^4$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

입니다.

두 자연수는 모두 2가 두 번 곱해져 있습니다.

16과 20을 2로 두 번 나눈다면, 두 수는 $2 \times 2, 5$ 로 서로소가 됩니다.

두 수의 소인수가 서로 다르다면 서로소이기 때문입니다.

중학교에서 최대공약수는 다음과 같은 방법으로 구할 수 있습니다.

◎ 소인수분해로 최대공약수 구하기

- ① 두 자연수를 소인수분해한다.
- ② 공통된 소인수를 찾는다.
- ③ 소인수의 지수 중 작은 수를 찾는다.
- ④ 거듭제곱을 하여 최대공약수를 구한다.

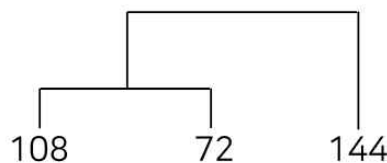
◎ 20과 50의 최대공약수를 구하시오.

- ① $20 = 2^2 \times 5$, $50 = 2 \times 5^2$
- ② 공통된 소인수를 찾는다. (2, 5)
- ③ 소인수 2의 지수는 각각 2와 1이고, 소인수 5의 지수는 각각 1과 2이다.
- ④ 지수의 최솟값을 거듭제곱으로 표현하면 $2 \times 5 = 10$

답 : 10

세 자연수의 최대공약수

(1) 토너먼트식



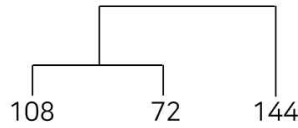
첫 번째 방법은 토너먼트식으로 최대공약수를 구하는 방법입니다.

체육대회에서 사용하는 대진표 방식으로

두 수에 대하여 최대공약수를 연속해서 구하는 방법입니다.

◎ 108, 72, 144의 최대공약수를 구해봅시다.

[풀이]

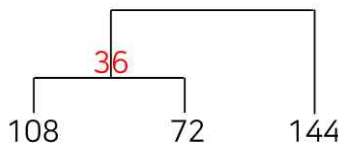


먼저 108과 72의 최대공약수를 구해봅시다.

108을 소인수분해하면 $108 = 2^2 \times 3^3$

72를 소인수분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$ 으로

108과 72의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2 = 36$ 으로 36입니다.



다음으로 36과 144의 최대공약수를 구해봅시다.

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

으로 36과 144의 최대공약수는 36임을 알 수 있습니다.

따라서 세 자연수의 최대공약수는 36입니다.

(2) 소인수분해하여 비교하기

두 번째 방법은 세 자연수를 한꺼번에 소인수분해하여 비교하는 방법입니다.
공통된 소인수를 찾은 후, 가장 작은 지수를 찾습니다.

세 자연수 108, 72, 144에 대하여 소인수분해를 하면 다음과 같습니다.

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

세 자연수의 최대공약수는 소인수를 2와 3을 가지며 그 지수는 각각 2와 2를 가집니다.

따라서 세 자연수의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 = 36$ 임을 알 수 있습니다.